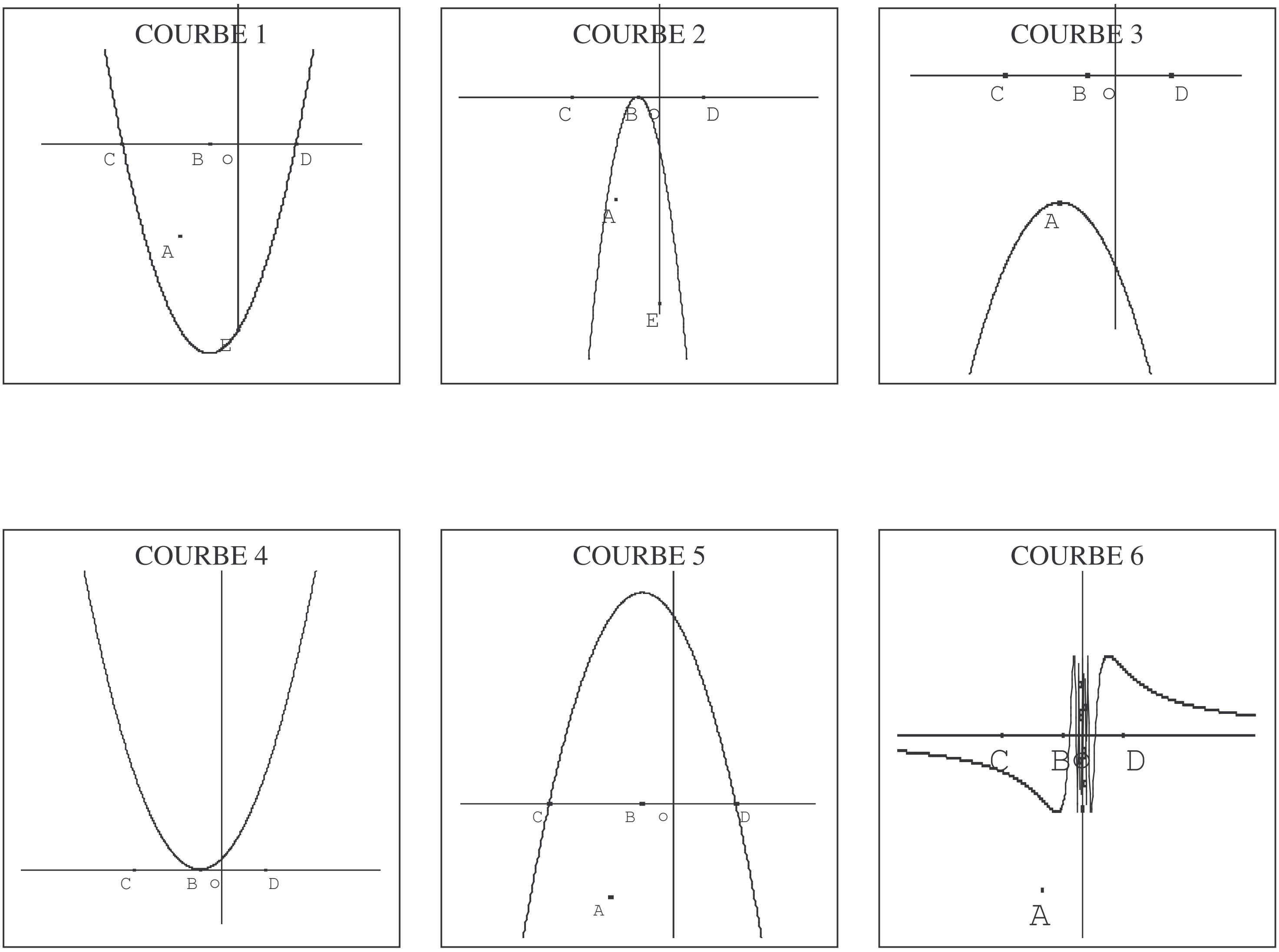
DST
Durée: 1h 30.
Calculatrice autorisée.

## EXERCICE 1

Soit les fonctions définies sur R par $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$, $g(x) = -x^2 - 2x - 3$ et $h(x) = -4x^2 - 4x - 1$.

**1.** *(1 pt)* Parmi les six courbes ci-dessous figurent les trois courbes des fonctions *f*, *g* et *h*.
En justifiant, associer leur courbe à chaque fonction.(…attention, il y a un piège …)



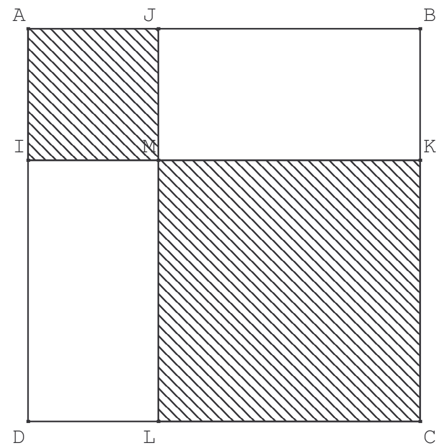

**2.** On choisissant dans chaque cas la fonction appropriée :

**a.** Déterminer par le calcul les coordonnées du point A (sommet de la courbe 3). Justifier très brièvement

**b.** Déterminer par le calcul les coordonnées du point B (intersection des courbes 2 et 4 avec l'axe *(Ox)*)

**c.** Déterminer par le calcul les coordonnées des points C et D.
(intersections des courbes 1 et 5 avec l'axe *(Ox)*)

## EXERCICE 2




Le carré ABCD est de côté 1.
Lorsque le point I se déplace sur [AD], il détermine deux carrés variables (hachurés). Soit $x$ = AI.

**1.** *(3 pts)* Pour quelle(s) position(s) de I la somme des aires de ces deux carrés est-elle minimale ?

**2.** *(3 pts)*Pour quelle(s) position(s) de I la somme des aires de ces deux carrés ne dépasse-t-elle pas $\frac{3}{4}$ ?

## EXERCICE 3

**1.** *(3 pts)* Soit $f$ la fonction définie sur [-5 ; 5] par $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

**a.** Ecrire $f(x)$ sous sa forme canonique.
**b.** Déduire son tableau de variations
**c.** Dresser le tableau de signe de $f$.

**2.** *(4 pts)* On considère la fonction $g$ définie par $g(x) = \dfrac{1}{-2x^2 + 4x + 6}$ pour $-5 \leq x \leq 5$.

**a.** Déterminer l'ensemble de définition de $g$. *(0,5 pt)*
**b.** Déterminer le ou les intervalles sur lesquelles $-2x^2 + 4x + 6 \leq 0$

**c.** Déterminer le ou les intervalles sur lesquelles $-2x^2 + 4x + 6 \geq 0$

**3.** *(3 pts)* On considère la fonction $h$ définie par $h(x) = 1 - \sqrt{-2x^2 + 4x + 6}$ pour $-5 \leq x \leq 5$.
Déterminer l'ensemble de définition de $g$.

---

## BONUS

*« Si $P(x)$ est un polynôme du troisième degré et si $\lambda$ est une racine de $P(x)$ alors $P(x)$ se factorise par $(x - \lambda)$ sous la forme $P(x) = (x - \lambda)Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme du second degré »*

On considère la fonction k définie sur $R$ par $k(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

**1.** Déterminer une racine évidente $\lambda$ de $k(x)$.

**2.** En déduire une factorisation de $k(x)$ sous la forme donnée par le titre de l'exercice. (on déterminera $Q(x)$)

**3.** En déduire le tableau de signe de $k(x)$.