

Un maraîcher est spécialisé dans la production de fraises.

Cet exercice envisage dans la partie A la production de fraises et dans la partie B leur conditionnement.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie : A production de fraises

Le maraîcher produit ses fraises dans deux serres notées A et B : 55 % des fleurs de fraisier se trouvent dans la serre A, et 45 % dans la serre B. Dans la serre A, la probabilité pour chaque fleur de donner un fruit est égale à 0,88 dans la serre B, elle est égale à 0,84.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Proposition 1 :

La probabilité qu'une fleur de fraisier, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit est égale à 0,862.

Proposition 2 :

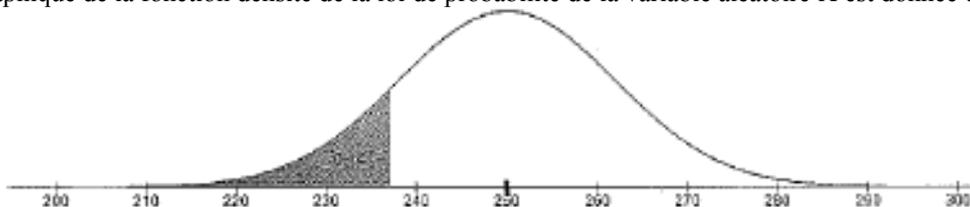
On constate qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit.

La probabilité qu'elle soit située dans la serre A, arrondie au millième, est égale à 0,43.

Partie B : conditionnement des fraises

Les fraises sont conditionnées en barquettes. La masse (exprimée en gramme) d'une barquette peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type σ .

La représentation graphique de la fonction densité de la loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée ci-après :



1. On donne $P(X \leq 237) = 0,14$. Calculer la probabilité de l'évènement « la masse de la barquette est comprise entre 237 et 263 grammes ».

2. On note Y la variable aléatoire définie par : $Y = \frac{X - 250}{\sigma}$

a. Quelle est la loi de la variable aléatoire Y ?

b. Démontrer que $P\left(Y \leq -\frac{13}{\sigma}\right) = 0,14$

c. En déduire la valeur de σ arrondi à l'entier.

3. Dans cette question, on admet que σ vaut 12. On désigne par n et m des nombres entiers.

a. Une barquette est conforme si sa masse, exprimée en gramme, se trouve dans l'intervalle $[250 - n ; 250 + n]$.

Déterminer la plus petite valeur de n pour qu'une barquette soit conforme, avec une probabilité supérieure ou égale à 95 %.

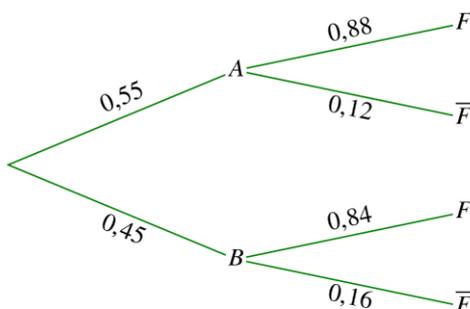
b. On considère dans cette question qu'une barquette est conforme si sa masse, exprimée en gramme, se trouve dans l'intervalle $[230 ; m]$. Déterminer la plus petite valeur de n pour qu'une barquette soit conforme, avec une probabilité supérieure ou égale à 95 %.

CORRECTION

Partie : A production de fraises

Proposition 1 : VRAIE

Soit les évènements A : « les fraises sont produites dans la serre A » ; B : « les fraises sont produites dans la serre B » ; F : « la fleur donne un fruit »



$$P(F) = P(F \cap A) + P(F \cap B) = 0,55 \times 0,88 + 0,45 \times 0,84 = 0,862.$$

Proposition 2 : FAUSSE

$$P_F(A) = \frac{P(F \cap A)}{P(F)} = \frac{0,55 \times 0,88}{0,862}$$

donc sachant qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit, la probabilité qu'elle soit située dans la serre A, arrondie au millième, est égale à 0,56.

Partie B : conditionnement des fraises

1. $237 = 250 - 13$ et X suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ donc $P(X \leq 250 - 13) = P(X \geq 250 + 13) = 0,14$
donc $P(237 \leq X \leq 263) = 1 - P(X \leq 237) - P(X \geq 263) = 1 - 0,28 = 0,72$

2. a. La variable aléatoire Y suit une loi normale centrée réduite.

b. $P(X \leq 237) = P\left(Y \leq \frac{237 - 250}{\sigma}\right) = 0,14$ donc $P\left(Y \leq -\frac{13}{\sigma}\right) = 0,14$

c. $P\left(Y \leq -\frac{13}{\sigma}\right) = 0,14$ donc $-\frac{13}{\sigma} = -1,08$ donc $\sigma = \frac{13}{1,08}$ soit $\sigma \approx 12$ valeur arrondie à l'entier.

3. a. $P(250 - n \leq X \leq 250 + n) \geq 0,95 \Leftrightarrow P\left(\frac{250 - n - 250}{\sigma} \leq Y \leq \frac{250 + n - 250}{\sigma}\right) \geq 0,95 \Leftrightarrow P\left(\frac{-n}{12} \leq Y \leq \frac{n}{12}\right) \geq 0,95$ donc $\frac{n}{12} \geq 1,96$
soit $n \geq 12 \times 1,96$ soit $n \geq 23,52$, n est un nombre entier donc $n \geq 24$. La plus petite valeur de n cherchée est 24.

b. $P(230 \leq X \leq m) \geq 0,95$ or $P(X \leq 230) = 0,048$ et $P(X \leq m) = P(230 \leq X \leq m) + P(X \leq 230)$ donc $P(X \leq m) \geq 0,95 + 0,048$
donc $m \geq 284,54$, m est un nombre entier donc la plus petite valeur de n cherchée est 285.