

Module Physique 1  
TD de Thermodynamique  
Corrigé de la série N°2

Exercice 1:

1) \*L'état initial du gaz parfait est décrit par  $(P_0, V_0, T_0)$  avec  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$  et  $V_0 = 14 \text{ l} = 14 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . Le nombre de moles du gaz est  $n = 1$ .

D'après l'équation d'état du gaz parfait, on a:  $T_0 = \frac{P_0 V_0}{R} = \frac{10^5 \times 14 \times 10^{-3}}{8,314} = 168,4 \text{ K}$ .

La détente isobare se traduit par la transformation suivante :

$$(P_0, V_0, T_0) \rightarrow (P_1 = P_0, V_1 = 2V_0, T_1)$$

La température atteinte est donc:  $T_1 = \frac{2P_0 V_0}{R} = \frac{10^5 \times 28 \times 10^{-3}}{8,314} = 336,8 \text{ K}$ . La compression isotherme s'effectue ainsi à la température  $T_1 = 336,8 \text{ K}$ .

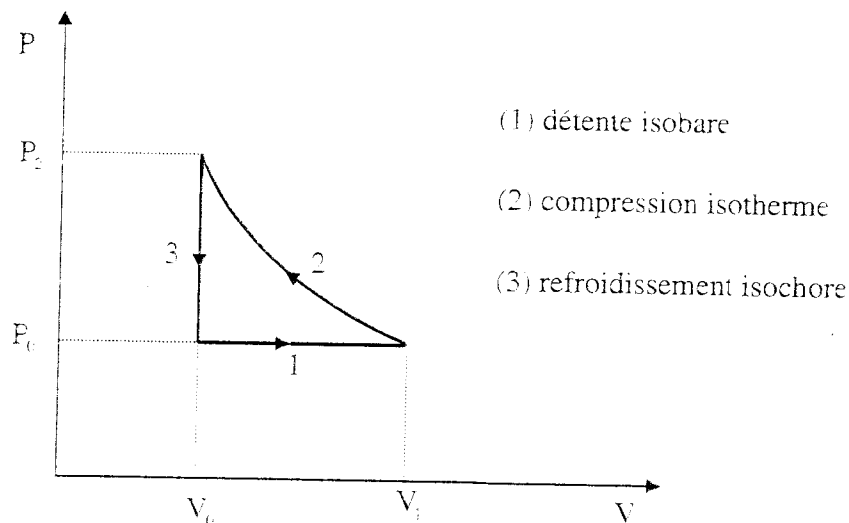
\* La compression isotherme est associée à la transformation suivante :

$(P_1 = P_0, V_1 = 2V_0, T_1) \rightarrow (P_2, V_2 = V_0, T_2 = T_1)$ . La pression maximale atteinte lors de cette

compression est :  $P_2 = \frac{RT_1}{V_2} = \frac{RT_1}{V_0} = \frac{8,314 \times 336,8}{14 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

Comme le gaz subit ensuite un refroidissement isochore qui fait baisser sa pression, la pression maximale atteinte lors du cycle est donc :  $P_2 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

\* Représentation du cycle dans le diagramme de Clapeyron



2) Le travail échangé au cours du cycle est égal à la somme des travaux échangés au cours de chaque transformation élémentaire :  $W_{\text{cycle}} = W_1 + W_2 + W_3$ .

\* Calcul de  $W_1$  :

La transformation est isobare, donc  $\delta W = -PdV = -P_0 dV$ , et

$$W_1 = - \int_{V_0}^{V_1} P_0 dV = -P_0 (V_1 - V_0) = -P_0 V_0 = -RT_0. \quad \boxed{W_1 = -RT_0}$$

\* Calcul de  $W_2$  :

La transformation est isotherme à la température  $T_1$ , donc  $\delta W = -PdV = -\frac{RT_1}{V} dV$ , et

$$W_2 = - \int_{V_1}^{V_2} PdV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_1}{V} dV = -RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = -RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = RT_1 \ln(2). \quad \boxed{W_2 = RT_1 \ln(2)}$$

\* Calcul de  $W_3$  :

La transformation est isochore, donc  $dV = 0$ , ce qui donne  $\delta W = -PdV = 0$ , d'où  $W_3 = 0$ .

Le travail total échangé lors du cycle est donc :  $W_{\text{cycle}} = -RT_0 + RT_1 \ln(2)$ , soit

$$\boxed{W_{\text{cycle}} = R(T_1 \ln(2) - T_0)}$$

Application numérique :  $W_{\text{cycle}} = 540.8 \text{ J}$

### Exercice 2:

1) Le gaz subit une compression très lente donc de type quasi-statique. Cette transformation est représentée sous la forme suivante :  $(P_0, V_0, T_0) \rightarrow (P_1, V_1, T_1)$ . A l'équilibre le gaz est soumis à l'action de la pression atmosphérique  $P_0$  et celle due à la masse  $m$ , en l'absence de tout frottement. D'où  $\boxed{P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}}$  où  $S$  est l'aire de la section droite du cylindre.

$$\text{A.N. : } P_1 = 10^5 + \frac{20 \times 9.81}{40 \times 10^{-4}} = 1.4905 \times 10^5 \text{ Pa.} \quad \boxed{P_1 = 1.49 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

La transformation est adiabatique, donc  $PV^\gamma = \text{cste}$ . D'où  $P_1 V_1^\gamma = P_0 V_0^\gamma$ . Mais  $V_0 = Sh_0$  et

$$V_1 = Sh_1, \text{ d'où } P_1 h_1^\gamma = P_0 h_0^\gamma \text{ et } \boxed{h_1 = h_0 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

$$\text{A.N. : } h_1 = 20 \times 10^{-2} \times \left(\frac{10^5}{1.49 \times 10^5}\right)^{\frac{1}{1.66}} = 0.1573 \text{ m.} \quad \boxed{h_1 = 15.7 \text{ cm}}$$

En appliquant l'équation d'état des gaz parfaits, on a :  $P_1 V_1 = nRT_1$  et  $P_0 V_0 = nRT_0$ . D'où

$$nR = \frac{P_0 V_0}{T_0} \text{ et } T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = T_0 \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = T_0 \frac{P_1 h_1}{P_0 h_0}. \quad \boxed{T_1 = T_0 \frac{P_1 h_1}{P_0 h_0}}$$

$$\text{A.N. : } T_1 = 273 \frac{1.4905 \times 10^5 \times 0.1573}{10^5 \times 0.2} = 320 \text{ K.} \quad \boxed{T_1 = 320 \text{ K}}$$

2) La transformation se fait de manière quasi-statique et sans frottement, donc elle est réversible et  $P_{\text{ext}} = P$  où  $P$  est la pression dans le gaz. D'où  $\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -PdV$ . Le travail échangé au cours de la transformation s'écrit:

$$W = - \int_{V_0}^{V_1} PdV = - \int_{V_0}^{V_1} \frac{P_0 V_0^\gamma}{V^\gamma} dV = -P_0 V_0^\gamma \int_{V_0}^{V_1} \frac{1}{V^\gamma} dV = -P_0 V_0^\gamma \int_{V_0}^{V_1} V^{-\gamma} dV = -P_0 V_0^\gamma \left[ \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_0}^{V_1}$$

$$W = - \frac{P_0 V_0^\gamma (V_1^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma})}{1-\gamma} = \frac{P_0 V_0^\gamma V_1^{1-\gamma} - P_0 V_0}{\gamma-1} = \frac{P_1 V_1^\gamma V_1^{1-\gamma} - P_0 V_0}{\gamma-1} = \frac{P_1 V_1 - P_0 V_0}{\gamma-1} = S \frac{P_1 h_1 - P_0 h_0}{\gamma-1}$$

$$W = S \frac{P_1 h_1 - P_0 h_0}{\gamma-1}$$

A.N. :  $W = 40 \times 10^{-4} \frac{1.49 \times 10^5 \times 0.1573 - 10^5 \times 0.2}{0.66} = 20.83 \text{ J}$   $W = 20.8 \text{ J}$

### Exercice 3:

1) \* Calcul du volume en fin de la transformation.

On a une compression adiabatique réversible entre les deux états :

- état initial :  $P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}$  ;  $V_1 = Sh_1$  et  $T_1$

- état final :  $P_2$  ;  $V_2 = Sh_2$  et  $T_2$

pour laquelle  $PV^\gamma = P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = \text{cste}$ . D'où  $V_2 = V_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$

A.N. :  $P_1 = 10^5 + \frac{5 \times 9.81}{10 \times 10^{-4}} = 1.4905 \times 10^5 \text{ Pa}$  ;  $V_1 = 10 \times 10^{-4} \times 0.35 = 3.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  et

$$V_2 = 3.5 \times 10^{-4} \left( \frac{1.4905 \times 10^5}{3 \times 10^5} \right)^{\frac{1}{1.4}} = 2.124 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$
 $V_2 = 2.12 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 212 \text{ cm}^3 = 0.212 \text{ l}$

\* Calcul du déplacement

Le déplacement est  $d = h_1 - h_2$ , mais  $h_2 = \frac{V_2}{S}$ , d'où  $d = h_1 - \frac{V_2}{S}$ .

A.N. :  $d = 0.35 - \frac{2.124 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-4}} = 0.35 - 0.2124 = 0.1376 \text{ m}$   $d = 0.138 \text{ m} = 13.8 \text{ cm}$

2) Par application de l'équation d'état des gaz parfaits, on a :  $P_1 V_1 = nRT_1$  et

$$P_2 V_2 = nRT_2$$

D'où  $T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = T_1 \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = T_1 \frac{P_2 h_2}{P_1 h_1}$   $T_2 = T_1 \frac{P_2 h_2}{P_1 h_1}$

A.N. :  $T_2 = (7 + 273.15) \frac{3 \times 10^5 \times 0.2124}{1.4905 \times 10^5 \times 0.35} = 342.2 \text{ K}$   $T_2 = 342 \text{ K}$

3) On refroidit le gaz à pression constante à partir de l'état :  $P_2$  ;  $V_2 = Sh_2$  et  $T_2$ .

Donc la transformation est isobare à la pression  $P_2$ . La position finale du piston se calcule à partir du volume du nouveau état final :  $P_3 = P_2$  ;  $V_3 = Sh_3$  et  $T_3 = T_1$ .

Par application de l'équation d'état des gaz parfaits, on a :  $P_2 V_2 = nRT_2$  et  $P_2 V_3 = nRT_3$ ,

soit  $P_2 V_3 = nRT_1$  et  $V_3 = \frac{nRT_1}{P_2} = V_2 \frac{T_1}{T_2}$ . La position finale est alors donnée par :  $h_3 = h_2 \frac{T_1}{T_2}$

A.N. :  $h_3 = 0.2124 \frac{7 + 273.15}{342.2} = 0.1739 \text{ m}$   $h_3 = 17.4 \text{ cm}$

#### Exercice 4:

Soit  $Q_1$  la quantité de chaleur cédée par le bloc de plomb :  $Q_1 = m_1 c_{\text{plomb}} (\theta_e - \theta_1)$  où  $\theta_e$  est la température d'équilibre thermique.

Soit  $Q_2$  la quantité de chaleur captée par l'eau et le calorimètre (initialement en équilibre à la température  $\theta$ ) :  $Q_2 = m_2 c_{\text{eau}} (\theta_e - \theta_2) + \mu (\theta_e - \theta_2)$ .

Le système {eau+calorimètre+plomb} étant isolé, donc :  $Q_1 + Q_2 = 0$ .

En remplaçant les quantités de chaleur  $Q_1$  et  $Q_2$  par leurs expressions ci-dessus, il vient l'équation  $m_2 c_{\text{eau}} (\theta_e - \theta_2) + \mu (\theta_e - \theta_2) + m_1 c_{\text{plomb}} (\theta_e - \theta_1) = 0$ , dont la seule inconnue est  $c_{\text{plomb}}$ . La chaleur spécifique massique du plomb est alors donnée par :

$$c_{\text{plomb}} = - \frac{m_2 c_{\text{eau}} (\theta_e - \theta_2) + \mu (\theta_e - \theta_2)}{m_1 (\theta_e - \theta_1)}$$

$$\text{A.N. : } c_{\text{plomb}} = - \frac{0.35 \times 4185 \times (17.7 - 16) + 209 \times (17.7 - 16)}{0.28 \times (17.7 - 98)} = 126.5 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$c_{\text{plomb}} = 126.5 \text{ J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

#### Exercice 5:

Supposons que le bloc de glace fond dans sa totalité et notons  $\theta_e$  la température d'équilibre.

Soit  $Q_1$  la quantité de chaleur cédée par l'eau et le calorimètre (initialement en équilibre à la température  $\theta_1$ ) :  $Q_1 = m_1 c_{\text{eau}} (\theta_e - \theta_1) + \mu (\theta_e - \theta_1)$

Soit  $Q_2$  la quantité de chaleur captée par le bloc de glace (initialement en équilibre à la température  $\theta_2$ ) :  $Q_2 = m_2 c_{\text{glace}} (0 - \theta_2) + m_2 L_f + m_2 c_{\text{eau}} (\theta_e - 0) = -m_2 c_{\text{glace}} \theta_2 + m_2 L_f + m_2 c_{\text{eau}} \theta_e$ .

Le système {eau+glace+calorimètre} est isolé, donc :  $Q_1 + Q_2 = 0$ .

En substituant  $Q_1$  et  $Q_2$  par leurs expressions données ci-dessus, il vient l'équation  $m_1 c_{\text{eau}} (\theta_e - \theta_1) + \mu (\theta_e - \theta_1) - m_2 c_{\text{glace}} \theta_2 + m_2 L_f + m_2 c_{\text{eau}} \theta_e = 0$ , ce qui donne

$$\theta_e = \frac{(m_1 c_{\text{eau}} + \mu) \theta_1 + m_2 c_{\text{glace}} \theta_2 - m_2 L_f}{(m_1 + m_2) c_{\text{eau}} + \mu}$$

$$\text{A.N. : } \theta_e = \frac{(0.2 \times 4185 + 150) \times 50 - 0.160 \times 2090 \times 23 - 0.16 \times 3.34 \times 10^5}{(0.2 + 0.16) \times 4185 + 150} = -7.11^\circ\text{C} \quad \boxed{\theta_e = -7.11^\circ\text{C}}$$

Ce résultat est aberrant car à cette température (et sous la pression atmosphérique), l'eau est à l'état solide. Donc notre hypothèse de départ est fautive, ce qui revient à dire que la glace n'a pas fondu dans sa totalité. Dans ce cas la température du système à l'équilibre sera nécessairement  $\theta_e \leq 0^\circ\text{C}$  ( $\theta_e < 0^\circ\text{C}$  température où la glace n'a pas fondu ou bien  $\theta_e = 0^\circ\text{C}$  température de la glace fondante).

Supposons que  $\theta_e = 0^\circ\text{C}$ . Soit  $Q_1$  la quantité de chaleur cédée par l'eau et le calorimètre pour passer de  $\theta_1$  à  $\theta_e = 0^\circ\text{C}$  :  $Q_1 = m_1 c_{\text{eau}} (\theta_e - \theta_1) + \mu (\theta_e - \theta_1) = -(m_1 c_{\text{eau}} + \mu) \theta_1$ .

Soit  $Q_2$  la quantité de chaleur captée par le bloc de glace pour passer de  $\theta_2 = -23^\circ\text{C}$  à  $\theta_e = 0^\circ\text{C}$  et pour faire fondre une masse  $m$  de ce bloc :

$$Q_2 = m_2 c_{\text{glace}} (\theta_e - \theta_2) + m L_f = -m_2 c_{\text{glace}} \theta_2 + m L_f$$

Le système {eau+glace+calorimètre} est isolé, donc :  $Q_1 + Q_2 = 0$ . En substituant  $Q_1$  et  $Q_2$  par leurs nouvelles expressions données ci-dessus, il vient l'équation  $-(m_1 c_{\text{eau}} + \mu)\theta_1 - m_2 c_{\text{glace}} \theta_2 + mL_f = 0$ , dont la seule inconnue est désormais  $m$ . Sa

résolution en  $m$  donne : 
$$m = \frac{(m_1 c_{\text{eau}} + \mu)\theta_1 + m_2 c_{\text{glace}} \theta_2}{L_f}$$

$$\text{A.N. : } m = \frac{(0.2 \times 4185 + 150) \times 50 - 0.16 \times 2090 \times 23}{3.34 \times 10^5} = 0.1247 \text{ kg. } \boxed{m = 125 \text{ g}}$$

Les différents corps présents dans le vase calorimétrique à la température d'équilibre  $0^\circ\text{C}$  sont :

- la glace n'ayant pas fondue de masse  $m_2 - m$  ;
- l'eau de masse totale  $m_1 + m$

A.N. : Le mélange se compose alors de 35g de glace et 325g d'eau et sa température est  $0^\circ\text{C}$  (température de la glace fondante à la pression atmosphérique).