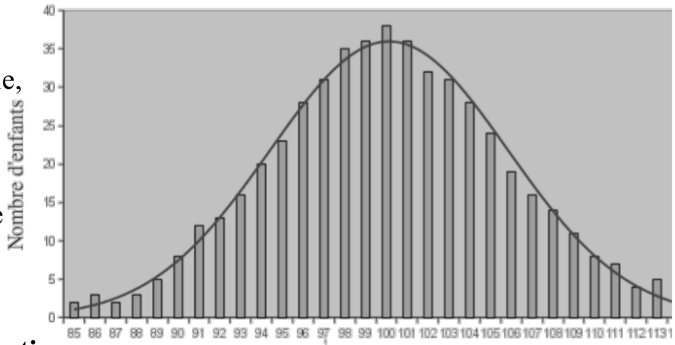
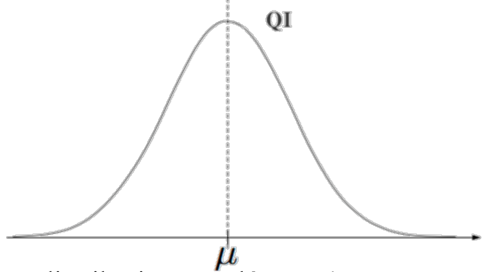


I. Préambule

En sciences humaines, médecine, biologie, sociologie, psychologie, on observe souvent des distributions plutôt symétriques autour de l'espérance μ (la moyenne) avec une forme de cloche.
On a vu ça avec l'exemple précédent sur les rappels de la loi binomiale. Lorsqu'on étudie la loi binomiale sur un grand nombre d'expériences ($n > 50$) avec la probabilité de succès pas trop petite ($p > 0,1$), on peut approximer cette loi binomiale par une **loi normale**.
On passe ainsi **d'une distribution discrète à une distribution continue**.

Voici un autre exemple : Distribution du QI de 575 enfants
La distribution peut être approchée par une courbe de Gauss,

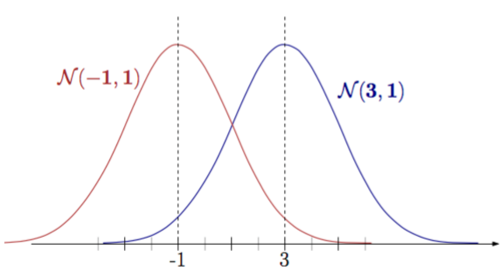


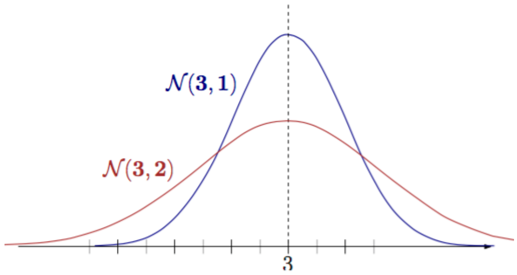
La courbe de Gauss est symétrique par rapport à l'espérance **μ = np.**
Et son maximum est la variance : **$V = \sigma^2 = np(1-p)$.**

Pour pouvoir faire des calculs, on va parfois supposer que X suit une distribution appelée : **Loi normale.**

Pour chaque μ, σ, il existe une loi normale de moyenne μ et d'écart type σ.
On la note N (μ ; σ^2).
La courbe est symétrique par rapport à μ et son maximum est σ.

Rôle de μ et σ : On sait que l'écart type σ mesure la dispersion des valeurs prises par la variable autour de son espérance μ. L'influence de l'écart type sur la courbe est très visible : plus il est important, plus la courbe est « étalée ».





CAS PARTICULIER : Lorsque μ = 0 et σ = 1 on parle de loi normale centrée/réduite

Les résultats suivants doivent être connus, ils donnent une idée de la répartition, autour de son espérance μ, d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale $N(\mu ;\sigma^2)$.

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,68 \text{ (à } 10^{-2} \text{ près)}$$
$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95 \text{ (à } 10^{-2} \text{ près)}$$
$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0,997 \text{ (à } 10^{-3} \text{ près)}$$

II. LOI NORMALE CENTREE REDUITE ::

a) Calcul de probabilité

Définition 1: On dit que la variable aléatoire Z suit une loi normale centrée réduite, notée $N(0, 1)$, si sa densité de probabilité est égale à la fonction Laplace-Gauss, φ , définie sur IR par $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ dont représentation graphique est une courbe de Gauss symétrique par rapport à (Oy).

φ (x) est bien une densité de probabilité car elle est continue et positive sur IR et on admet que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$.