

Asie juin 2015

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, et justifier la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Dans les questions 1 et 2, on munit l'espace d'un repère orthonormé, et on considère les plans P_1 et P_2 d'équations respectives $x + y + z - 5 = 0$ et $7x - 2y + z - 2 = 0$.

1. **Affirmation 1 :** les plans P_1 et P_2 sont perpendiculaires.

2. **Affirmation 2 :** les plans P_1 et P_2 se coupent suivant la droite de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \\ z = -3t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

3. Un joueur de jeux vidéo en ligne adopte toujours la même stratégie. Sur les 312 premières parties jouées, il en gagne 223. On assimile les parties jouées à un échantillon aléatoire de taille 312 dans l'ensemble des parties. On souhaite estimer la proportion de parties que va gagner le joueur, sur les prochaines parties qu'il jouera, tout en conservant la même stratégie.

Affirmation 3 : au niveau de confiance de 95 %, la proportion de parties gagnées doit appartenir à l'intervalle $[0,658 ; 0,771]$.

4. On considère l'algorithme suivant : a, b sont deux nombres réels tels que $a < b$

Variables : x est un nombre réel
 f est une fonction définie sur l'intervalle $[a ; b]$

Traitement : Lire a et b
 Tant que $b - a > 0,3$
 x prend la valeur $\frac{a + b}{2}$
 Si $f(x)f(a) > 0$, alors a prend la valeur x
 sinon b prend la valeur x
 Fin Si
 Fin Tant que
 Afficher $\frac{a + b}{2}$

Affirmation 4 : si l'on entre $a = 1, b = 2$ et $f(x) = x^2 - 3$, alors l'algorithme affiche en sortie le nombre 1,687 5.

CORRECTION

1. **Affirmation 1 : FAUSSE**

Un vecteur normal au plan P est \vec{n} de coordonnées $(1 ; 1 ; 1)$

Un vecteur normal au plan P est \vec{n}' de coordonnées $(7 ; -2 ; 1)$

$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 1 \times 7 + 1 \times (-2) + 1 \times 1 = 6$ donc $\vec{n} \cdot \vec{n}' \neq 0$ les deux plans ne sont pas perpendiculaires.

2. **Affirmation 2 : VRAIE**

Soit Δ la droite de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \\ z = -3t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$
, un point M quelconque de cette droite a des coordonnées de la

forme $(t ; 2t + 1 ; -3t + 4)$

Pour un tel point : $x + y + z - 5 = t + 2t + 1 - 3t + 4 - 5 = 0$ donc tout point de Δ appartient à P .

Pour un tel point : $7x - 2y + z - 2 = 7t - 2(2t + 1) - 3t + 4 - 2 = 0$ donc tout point de Δ appartient à P' .

Les plans P et P' se coupent suivant Δ

3. **Affirmation 3 : VRAIE**

Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95%, est $\left[\frac{223}{312} - \frac{1}{\sqrt{312}} ; \frac{223}{312} + \frac{1}{\sqrt{312}} \right]$ soit $[0,658 ; 0,771]$.

4. **Affirmation 4 : FAUSSE**

a	b	$x = \frac{a+b}{2}$	$f(a)$	$f(x)$	$b - a$	Test
1	2	-1,5	2	-0,75	1	L'algorithme continue
1,5	2	-1,75	0,75	0,0625	0,5	L'algorithme continue
1,5	1,75	-1,625	0,75	-0,359375	0,25	l'algorithme s'arrête

L'algorithme affiche 1,625