

**FRANCE JUIN 2007****1. Restitution organisée de connaissances**

Démontrer la formule d'intégration par parties en utilisant la formule de dérivation d'un produit de deux fonctions dérivables, à dérivées continues sur un intervalle  $[a ; b]$ .

2. Soient les deux intégrales définies par

$$I = \int_0^{\pi} \sin e^x \, dx \text{ et } J = \int_0^{\pi} \cos e^x \, dx .$$

a. Démontrer que  $I = -J$  et que  $I = J + e^{\pi} + 1$ .

b. En déduire les valeurs exactes de  $I$  et de  $J$ .

**CORRECTION**

2. Soit  $u'(x) = e^x$  alors  $u(x) = e^x$   
 $v(x) = \sin x$  donc  $v'(x) = \cos x$

$$I = \left[ \sin x e^x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \cos e^x \, dx = -J$$

Soit  $u'(x) = \sin x$  alors  $u(x) = -\cos x$

$v(x) = e^x$  donc  $v'(x) = e^x$

$$I = \left[ -\cos x e^x \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -\cos e^x \, dx = e^{\pi} + 1 + J$$

2. b.  $I + J = 0$  et  $I - J = e^{\pi} + 1$

donc  $2I = e^{\pi} + 1$  et  $-J = e^{\pi} + 1$

donc  $I = \frac{1}{2}(e^{\pi} + 1)$  et  $J = -\frac{1}{2}(e^{\pi} + 1)$