

### Méthode 1

Si le complexe se présente sous la forme d'un produit ou d'un quotient, il vaut mieux essayer de mettre sous forme trigonométrique chaque terme du produit ou du quotient puis appliquer les règles :

#### Module :

Le **module du produit** de deux nombres complexes est le produit de leurs modules soit  $|z z'| = |z| |z'|$

Le **module de l'inverse** d'un nombre complexe non nul est l'inverse de son module soit si  $z' \neq 0$ ,  $\left| \frac{1}{z'} \right| = \frac{1}{|z'|}$

Le **module du quotient** de deux nombres complexes est le quotient de leurs modules soit si  $z' \neq 0$ ,  $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$

Le **module du conjugué** d'un nombre complexe est égal au module de ce nombre.  $|\bar{z}| = |z|$

Le **module de l'opposé** d'un nombre complexe est égal au module de ce nombre.  $|-z| = |z|$

Le **module d'une puissance entière** d'un nombre complexe est égal à la puissance du module de ce nombre,

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*, |z^n| = |z|^n$$

#### Argument

Un argument **du produit** de deux nombres complexes non nuls est la somme de leurs arguments

$$\text{pour } z \in \mathbb{C}^* \text{ et } z' \in \mathbb{C}^*, \quad \arg(z z') = \arg z + \arg z' + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Un argument **de l'inverse** d'un nombre complexe non nul est l'opposé de son argument soit  $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg z + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Un argument **du conjugué** d'un nombre complexe non nul est l'opposé de son argument soit  $\arg \bar{z} = -\arg z + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Un argument **du quotient** de deux nombres complexes non nuls est la différence de leurs arguments

$$\text{pour } z \in \mathbb{C}^* \text{ et } z' \in \mathbb{C}^*, \quad \arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z' + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Un argument **de l'opposé** d'un nombre complexe non nul est égal à un argument de ce complexe augmenté de  $\pi$ .

$$\text{pour } z \in \mathbb{C}^*, \quad \arg(-z) = \arg z + \pi + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Un argument **d'une puissance entière** d'un nombre complexe non nul est égal au produit d'un argument du complexe par ce nombre,

$$\text{pour } z \in \mathbb{C}^*, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*, \quad \arg(z^n) = n \arg z + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

#### Exemple :

$$z = \frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}$$

la forme trigonométrique de  $1+i$  est  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

la forme trigonométrique de  $1+i\sqrt{3}$  est  $2 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

donc  $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$  est  $\arg z = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$  soit  $\arg z = -\frac{\pi}{12} + 2 k \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

La forme trigonométrique de  $z$  est donc  $z = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \cos \frac{-\pi}{12} + i \sin \frac{-\pi}{12} \right)$

### Méthode 2

Si la méthode 1 est inapplicable, il faut commencer par mettre  $z$  sous forme algébrique et ensuite sous forme trigonométrique.