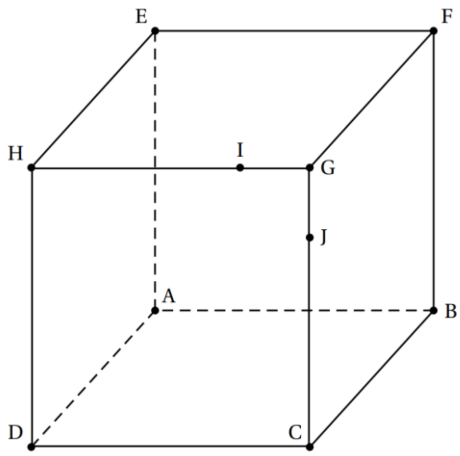
Nouvelle Calédonie novembre 2016

On considère le cube ABCDEFGH représenté ci-contre.

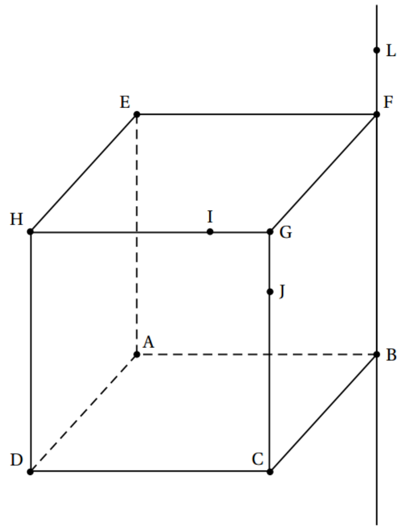


On définit les points I et J respectivement par $\overrightarrow{HI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{JG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CG}$.

1. Sur le document réponse donné en annexe, à rendre avec la copie, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJK) où K est un point du segment [BF].

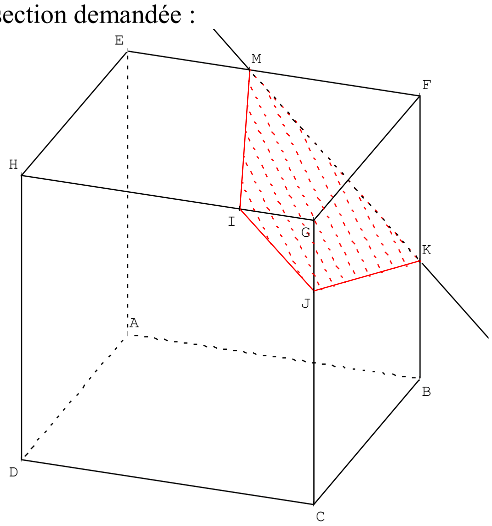
2. Sur graphique ci-dessous, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJL) où L est un point de la droite (BF).

3. Existe-t-il un point P de la droite (BF) tel que la section du cube par le plan (IJP) soit un triangle équilatéral ? Justifier votre réponse.

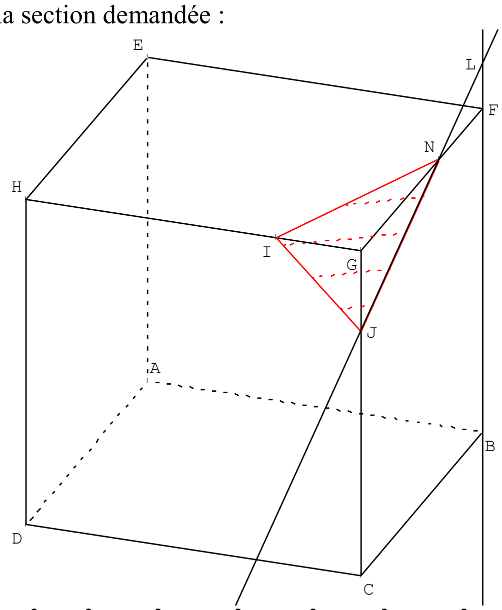


CORRECTION

1. Le plan (IJK) coupe le plan (CDG) suivant la droite (IJ), le plan (BCG) suivant la droite (JK).
Les plans (ABF) et (BCG) sont parallèles donc le plan (IJK) coupe le plan (ABF) suivant une droite parallèle à (IJ)
Cette droite coupe (EF) en M.
Le plan (IJK) coupe le plan (EFG) suivant la droite (IM) d'où la section demandée :



2. Le plan (IJL) coupe le plan (CDG) suivant la droite (IJ), le plan (BCG) suivant la droite (JL).
Cette droite coupe (GF) en N.
Le plan (IJL) coupe le plan (EFG) suivant la droite (IN) d'où la section demandée :



3. Les triangle GIJ, GIN, GNJ sont rectangles en G, $IJ^2 = IG^2 + GJ^2$, $IN^2 = IG^2 + NG^2$ et $JN^2 = JG^2 + NG^2$

Le triangle NIJ est équilatéral si et seulement si $GN = GI = GJ = \frac{1}{4}GF$. Le point N est alors unique et tel que $\overrightarrow{GN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{GF}$.