III Surfaces d’équation $z = f(x\,;y)$

L’espace étant rapporté au repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$. L’ensemble des points M(x ; z) pour lesquels $z = f(x\,;y)$ où f est une fonction des deux variables x et y constitue une surface.

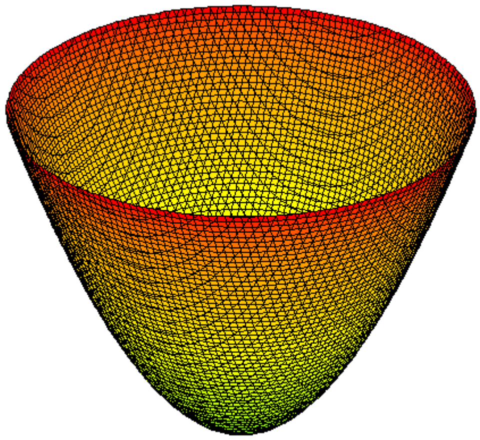
Définition

Soit S une surface d’équation $z = f(x\,;y)$.

On appelle ligne de niveau k de f , l’intersection de la surface S avec le plan P d’équation $z = k$, c’est-à-dire la courbe du plan P d’équation $f(x\,;y) = k$.

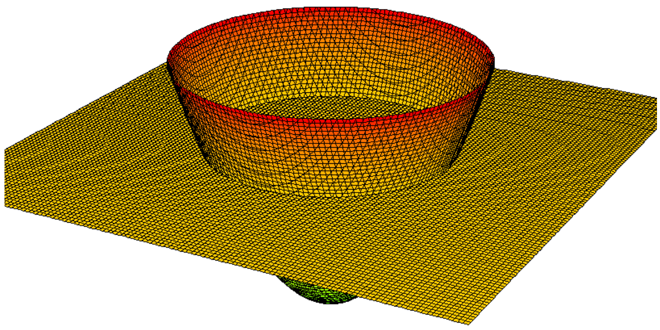
Propriété

La surface d’équation $z = x^2 + y^2$ est un paraboloïde de révolution.

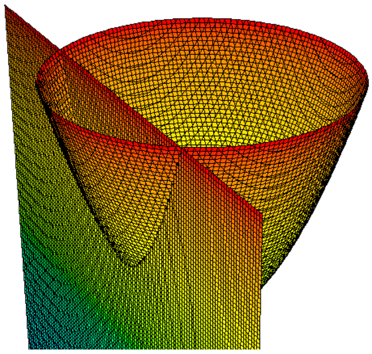


Sa section avec un plan P d’équation $z = k$ (parallèle à xOy) est :

- si $k < 0$: ensemble vide
- si $k = 0$: le point O
- si $k > 0$: le cercle d’équation $x^2 + y^2 = k$ (dans le plan P)



Sa section avec un plan Q d’équation $y = k$ (parallèle à xOz) est la parabole d’équation $z = x^2 + k^2$ (dans le plan Q)



Sa section avec un plan H d’équation $x = k$ (parallèle à yOz) est la parabole d’équation $z = y^2 + k^2$ (dans le plan H)