1. Trouver 3 naturels a, b, c différents de 1, premiers entre eux deux à deux et tels que $a \times b \times c = 495$

2. x, y, z étant des chiffres de la base dix, on considère le nombre $A = \overline{x13y8z}^{10}$.

Déterminer tous les triplets (x ; y ; z) pour lesquels A est multiple de 495.

CORRECTION

1. $495 = 5 \times 99 = 3^2 \times 5 \times 11$ donc si $a = 9$, $b = 5$ et $c = 11$ alors a, b, c sont différents de 1, premiers entre eux deux à deux et tels que $a \times b \times c = 495$.

2. Si A est un multiple de 495 alors 9 divise A, 5 divise a et 11 divise A.
5 divise A donc $z = 0$ ou $z = 5$

9 divise A donc la somme de ses chiffres est divisible par 9
$z + 8 + y + 3 + 1 + x \equiv x + y + z + 3$ (9) donc $x + y + z + 3 \equiv 0$ (9)

si $z = 0$ alors $x + y + 3 \equiv 0$ (9) soit $x + y \equiv 6$ (9) soit $y \equiv 6 - x$ (9)

si $z = 5$ alors $x + y + 8 \equiv 0$ (9) soit $x + y \equiv 1$ (9) soit $y \equiv 1 - x$ (9)

x est non nul donc on a donc les possibilités suivantes :
Si $z = 0$
Explications du tableau pour $x = 8$: $y \equiv 1 - 8$ (9) donc $y \equiv -7$ (9) soit $y \equiv 9 - 7$ (9) donc $y \equiv 2$ (9)
y est un chiffre donc $0 \leq y \leq 9$ donc $y = 2$, A s'écrit 813 780

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	5	4	3	2	1	0	8	7	6
A	113580	213480	313380	413280	513180	613080	713880	813780	913680
reste de la division de A par 495	225	135	45	450	360	270	90	0	405

Seul 813 780 est divisible par 495.

Si $z = 5$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	0	8	7	6	5	4	3	2	1
A	113085	213885	313785	413685	513585	613485	713385	813285	913185
reste de la division de A par 495	225	45	450	360	270	180	90	0	405

Seul 813 285 est divisible par 495.

Les triplets (x ; y ; z) pour lesquels A est multiple de 495 sont (8 ; 7 ; 0) et (8 ; 2 ; 0).