Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, trois réponses sont proposées et une seule d'entre elles est exacte.

Le candidat portera sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie et justifiera son choix.

Il est attribué un point par réponse correcte et convenablement justifiée. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Pour les questions 1 et 2, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

La droite **D** est définie par la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 1 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = 4 \end{cases}$$

1. On note **P** le plan d'équation cartésienne $3x + 2y + z - 6 = 0$.

a. La droite **D** est perpendiculaire au plan **P**.

b. La droite **D** est parallèle au plan **P**.

c. La droite **D** est incluse dans le plan **P**.

2. On note **D′** la droite qui passe par le point A de coordonnées (3 ; 1 ; 1) et a pour vecteur directeur $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.

a. Les droites **D** et **D′** sont parallèles.

b. Les droites **D** et **D′** sont sécantes.

c. Les droites **D** et **D′** ne sont pas coplanaires.

Pour les questions 3 et 4, le plan est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

3. Soit E l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z + i| = |z - i|$.

a. E est l'axe des abscisses.

b. E est l'axe des ordonnées.

c. E est le cercle ayant pour centre O et pour rayon 1.

4. On désigne par B et C deux points du plan dont les affixes respectives b et c vérifient l'égalité $\frac{c}{b} = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$.

a. Le triangle OBC est isocèle en O.

b. Les points O, B, C sont alignés.

c. Le triangle OBC est isocèle et rectangle en B.

CORRECTION

1. *a.* **FAUX**

b. **VRAI**

c. **FAUX**

Un vecteur directeur de **D** est $\vec{v}(-2 ; 3 ; 0)$

Un vecteur normal au plan **P** est $\vec{n}(3 ; 2 ; 1)$

$\vec{v} . \vec{n} = -2 \times 3 + 3 \times 2 + 0 \times 1 = 0$

donc la droite **D** est parallèle au plan **P** (strictement ou pas).

Le point A (5 ; 1 ; 4) appartient à la droite **D**

$3x_A + 2y_A + z_A - 6 = 3 \times 5 + 2 \times 1 + 4 - 6 = 15$ donc A $\notin$ **P**

La droite **D** est strictement parallèle au plan **P**.

2. *a.* **FAUX**

b. **VRAI**

c. **FAUX**

$\vec{v}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires (coordonnées non proportionnelles) donc les droites **D** et **D′** ne sont pas parallèles elles sont donc soit sécantes soit coplanaires.

La droite **D**' est définie par la représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 1 - t' \quad, \quad t' \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + 2t' \end{cases}$

Cherchons le point d'intersection s'il existe de **D** et de **D**' donc s'il existe t et t' tels que : $\begin{cases} x = 5 - 2t = 3 + 2t' \\ y = 1 + 3t = 1 - t' \\ z = 4 = 1 + 2t' \end{cases}$

t' = $\frac{3}{2}$ donc $\begin{cases} 5 - 2t = 6 \\ 1 + 3t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ 3t = -\frac{3}{2} \end{cases}$ soit $t = \frac{1}{2}$ donc les deux droites se coupent en B$\left(6 ; -\frac{1}{2} ; 4\right)$.

3. ***a.*** **VRAI**.

b. **FAUX**

c. **FAUX**

Soit A le point d'affixe – i et B le point d'affixe i

$| z + \mathrm{i} | = | z - \mathrm{i} | \Leftrightarrow$ MA = MB $\Leftrightarrow$ M appartient à la médiatrice de [AB] $\Leftrightarrow$ E est l'axe des abscisses.

4. ***a.*** **FAUX**

b. **FAUX**

c. **VRAI**.

$$\frac{c}{b} = \sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 + \mathrm{i}$$

$c = (1 + \mathrm{i})\, b$ donc $c - b = \mathrm{i}\, b$ donc $| c - b | = | b |$ soit BC = OB donc le triangle OBC est isocèle en B

$\frac{c}{b} = \sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ donc $| c | = \sqrt{2}\,| b |$ donc OC = $\sqrt{2}$ OB

$\mathrm{BC}^2 + \mathrm{OB}^2 = 2\,\mathrm{OB}^2 = \mathrm{OC}^2$ donc le triangle OBC est rectangle en B