Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.
La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

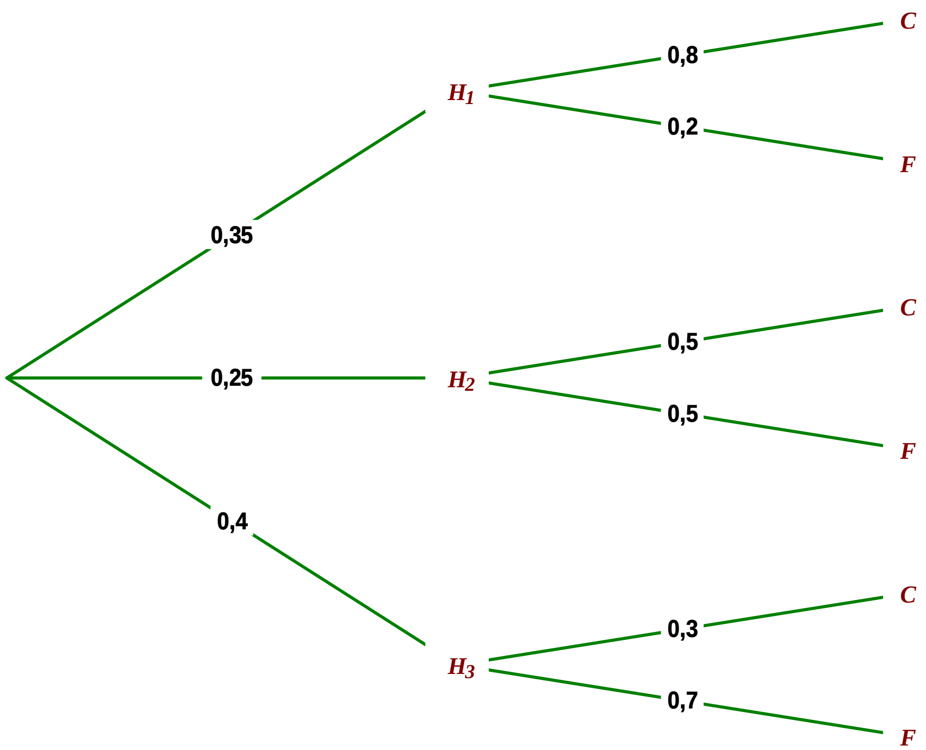
1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock. On envisage les évènements suivants :
– H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
– H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,
– H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
– C : « l'arbre choisi est un conifère »,
– F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

a. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
b. Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3.
c. Justifier que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,525.
d. L'arbre choisi est un conifère. Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? On arrondira à 10^{-3}.

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.
a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
b. Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ? On arrondira à 10^{-3}.
c. Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
On arrondira à 10^{-3}
.

CORRECTION

1. *a.*



b. $P(C \cap H_3) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$
c. $P(C) = P(C \cap H_1) + P(C \cap H_2) + P(C \cap H_3) = 0,35 \times 0,8 + 0,25 \times 0,5 + 0,12$ donc $P(C) = 0,525$.
d. $P_C(H_1) = \dfrac{P(C \cap H_1)}{P(C)} = \dfrac{0,35 \times 0,8}{0,525} \approx 0,533$.

2. *a.* On a une succession de 10 expériences aléatoires identiques et indépendantes, chacune d'elles a deux issues :
réussite : l'arbre prélevé est un conifère ($p = 0,525$)
échec : l'arbre prélevé n'est pas un conifère ($q = 0,475$)
donc X suit une loi binomiale de paramètres (10 ; 0,525).

b. $P(X = 5) = \binom{10}{5} \times 0,525^5 \times 0,485^5 = 0,243$

c. Si l'échantillon comporte au moins deux arbres feuillus (donc de 2 à 10 feuillus), il a alors entre 0 et 8 conifères.
$P(X \leq 8) = 0,984$.